Dugonics András Matematika Verseny 2020 /21. Döntő

Hetedik évfolyam

MEGOLDÓKULCS

Tisztelt Kollégák!

A megoldókulcs a feladatok egy lehetséges megoldását tartalmazza, az érte adható pontszámokkal. Amennyiben a tanuló megoldása eltér a leírtaktól, de logikusan végig követhető, akkor is megkaphatja a feladatért járó teljes pontszámot. Pusztán a végeredmény közlése legfeljebb 1 ponttal jutalmazható.

1. Négy szabályos dobókockát leteszünk egymásra az asztalon úgy, hogy az érintkező felületek felső lapján mindig eggyel több pont legyen, mint az alatta lévő lapon. Az így látható 17 lapon lévő pontok számának összege 60. Hány pont van az asztallal érintkező lapon?

* a szabályos kocka szemközti lapjain lévő pontok összege 7 1 pont
* legfelső lapon: 60 – 8x7 = 4 pont van 1 pont
* alatta lévő kocka felső lapján 2 pont van 1 pont
* alatta lévő kocka felső lapján 4 pont van 1 pont
* asztalon lévő kocka felső lapján 2 pont van 1 pont
* asztallal érintkező lapon 5 pont van 1 pont

**6 pont**

1. Egy krémes a cukrászdában 6 cm oldalú kocka alakú sütemény, aminek alja és teteje 0,5 cm vastagságú tészta, a többi krém. Ennek az ára 360 Ft. A cukrász észrevette, hogy sokan nem tudják elfogyasztani a nagy darabot, ezért a krémet 1 cm-rel vékonyabbra vette, és ennek megfelelően kisebb kockák is keletkeztek. Ugyanabból a mennyiségű krémből készített krémesnek hány forint legyen darabja, hogy sem a vendég ne járjon rosszabbul, sem a cukrász? (a tészta változatlanul fél cm vastagságú, de ez az árképzésnél elhanyagolható)

* az eredeti krémesben 6x6x5 = 180 cm3 a krém 1 pont
* 4 cm-es krémvastagsággal 5 cm-es kockák képezhetők 1 pont
* ezekben a krém 5x5x4 = 100 cm3 1 pont
* az ár a krém térfogatának arányában 100/180 része lesz 1 pont
* 360 x 100/180 = 200 1 pont
* válasz: egy kisebb krémes ára 200 forint lesz 1 pont

**6 pont**

1. Egy textilanyagot három színű négyzetekkel mintáznak. Piros, sárga és kék színűek, mindegyik 1 cm oldalú négyzet. Egy középső piros négyzet köré sárga négyzeteket, ezek köré pedig a kék négyzeteket helyeznek. Ezután ugyanígy folytatva a mintát ezek köré megint pirosakat, majd sárgákat, azután kékeket helyezve é így tovább folytatják a minta kialakítását. Az így mintázott anyagból kivágunk egy 20 cm széles és 30 cm hosszú darabot, melyen a minta közepéül szolgáló piros négyzet a rövidebbik oldalon egyik sarkától számítva a harmadik négyzet. Mennyi ezen a darabon a piros, sárga és kék négyzetek számának aránya?

* ezen a darabon 20x30 = 600 kis négyzet található 1 pont
* piros: 1+4x2+1+7x2+1 + 10x2+1 + 13x2 +1 + 16x2 +1 + 4x20 = 50x2 + 6+ 80 = 186 kis négyzet van 1 pont
* sárga: 2x2+1 + 5x2+1 + 8x2 +1 + 11x2 + 1 + 14x2 +1 + 17x2 + 1 + 4x20 = 57 x 2 + 6 + 20 = 200 kis négyzet van 1 pont
* kék: 3x2 + 3 + 6x2 + 1 + 9x2 +1 + 12 x 2 +1 + 15 x2 +1 + 18x2 +1 + 4x20 = 63 x2 + 8 + 80 = 214 kis négyzet van 1 pont
* piros : sárga: kék: 186 : 200 : 214 = 93:100:107 1 pont

**5 pont**

1. 125 db kis kockából egy nagy kockát formázunk. Ebből a kockából legfeljebb hány darab kis kockát cserélhetünk ki átlátszó üvegkockára úgy, hogy a helyükön maradt kockák elölről és felülről nézve is egy nyomtatott nagy F betűt adjanak ki? Az F betű függőleges szára 5 egység, a felső vízszintes szára a külső éltől számítva 3 egység, a középső vízszintes szára 2 egység hosszú.

* a felső réteg hátsó sorában marad 3 kocka 1 pont
* a bal oldali rétegben átló irányban maradnak a kockák 1 pont
* a középső réteg harmadik sorában balról a második kocka marad meg 1 pont
* összesen 8 kis kockára van szükség 1 pont
* 125 – 8 = 117 kis kockát vehetünk el 1 pont

**5 pont**

1. 1, 2 és 3 cm élhosszúságú kockáink vannak. A lehető legkevesebb számú kocka felhasználásával 5 cm élű kockát állítunk össze belőlük, és az érintkező felületeket összeragasztjuk. Mennyi az összeragasztandó felület nagysága? (a ragasztásra kerülő lappárok felületét csak egyszer vesszük figyelembe)

* 1 db 3 cm-es, 7 db 2 cm-esés 42 db 1 cm élhosszúságú kockára van szükség 2 pont
* 3 cm-es kocka felszíne 3x3x6 = 54 cm2 1 pont
* 2 cm-es kockák együttes felszíne: 2x2x6x7= 168 cm2 1 pont
* 1 cm-es kockák együttes felszíne: 42x1x1x6 = 252 cm2 1 pont
* az 5 cm-es kocka felszíne: 5x5x6 = 150 cm2 1 pont
* ragasztandó felület: (54 +168+252-150):2 = 162 cm2 1 pont

**7 pont**

1. Peti szeretné meglepni testvérét, ezért színesre festi a játékkockáit. Három féle színt használ: pirosat, zöldet és sárgát. Pirossal háromszor annyi lapot fest be, mint sárgával, és 10-zel többet, mint zölddel. Testvérének olyan számú kockája van, amivel ezt a műveletet ebben az elosztásban végig tudja vinni. Igyekszik a kockákat lehetőleg egy színnel lefesteni. Hány kockája lehet a testvérének, ha tudjuk, hogy a kockák száma 20-nál kevesebb, és hány olyan kocka lesz, amin a lapok több színnel lesznek lefestve, és ezeken a kockákon milyen lesz a színek eloszlása?

* a lapok száma:3x + x + 3x – 10 = 7x – 10 1 pont
* 7x – 10 osztható hattal és x egész szám 1 pont
* a kockák száma lehet: 3,10, 17 1 pont
* egy kocka lesz két színnel festve, 4 lap sárga és 2 lap zöld 1 pont
* annak jelzése, hogy bármennyi a kockák lehetséges száma, mindig csak egy lesz két színnel festve ugyanebben az eloszlásban 1 pont

**5 pont**

**Összpontszám: 34 pont**