Dugonics András Matematika Verseny 2020 /21. Döntő

Nyolcadik évfolyam

MEGOLDÓKULCS

Tisztelt Kollégák!

A megoldókulcs a feladatok egy lehetséges megoldását tartalmazza, az érte adható pontszámokkal. Amennyiben a tanuló megoldása eltér a leírtaktól, de logikusan végig követhető, akkor is megkaphatja a feladatért járó teljes pontszámot. Pusztán a végeredmény közlése legfeljebb 1 ponttal jutalmazható.

1. Négy szabályos dobókockát egymásra helyezünk az asztalon úgy, hogy az érintkező felületek felső lapján mindig eggyel kevesebb pont legyen, mint az alatta lévőn. Az így látható 17 lapon lévő pontok összege 59. Hány pont van az asztallal érintkező négyzetlapon?

* a szabályos dobókocka szemben lévő lapjain a pontok összege 7 1 pont
* a legfelső lapon: 59 – 8x7 = 3 pont van 1 pont
* felülről a második kocka felső lapján 5 pont van 1 pont
* felülről a harmadik kocka felső lapján 3 pont van 1 pont
* a legalsó kocka alsó lapján 2 pont van 1 pont

**5 pont**

1. Egy cukrászdában a krémest három féle formában árulják. Mindegyik kocka alakú, az egyik 6 cm, a másik 5 cm, a harmadik 4 cm élhosszúságú. Mindegyik sütemény alján és tetején 0,5 – 0,5 cm széles tészta van, a többi a krém. A legnagyobb darab ára 360 Ft, a középsőé 250 Ft, a legkisebbet 120 forintért adják. Melyik krémes éri meg legjobban az árát? (a krémes értékét a krémtartalom határozza meg, a tészta értékétől eltekintünk)

* a legnagyobb kocka krémtartalma: 6x6x5 = 180 cm3 1 pont
* a középső krémtartalma: 5x5x4 = 100 cm3 1 pont
* a legkisebbnek a krémtartalma: 4x4x3= 48 cm3 1 pont
* a legnagyobb értékaránya 180/360 = 0,5 1 pont
* a középső értékaránya 100/250= 0,4 1 pont
* a legkisebb érték aránya 48/120 = 0,4 1 pont
* tehát legjobban a nagy krémes éri meg az árát 1 pont

1. **pont**
2. Egy textilanyagot három színű négyzetekkel mintáznak. Piros, sárga és kék színűek, mindegyik 1 cm oldalú négyzet. Egy középső piros négyzet köré sárga négyzeteket, ezek köré pedig a kék négyzeteket mintáznak. Ezután ugyanígy folytatva a mintát, ezek köré megint pirosakat, majd sárgákat, azután kékeket helyeznek és így tovább folytatják a minta kialakítását. Az így mintázott anyagból kivágunk egy 20 cm széles és 30 cm hosszú darabot, melyen a minta közepéül szolgáló piros négyzet az anyag belsejében, az egyik saroktól számítva a rövidebbik oldal harmadik sorában, a hosszabbik oldalon pedig az ötödik sorban helyezkedik el. Mennyi ezen a darabon a piros, sárga és kék négyzetek számának aránya?

* 20x30 = 600 négyzet van az anyagdarabon 1 pont
* piros: 1+17+19+25+31+37+3x20 = 190 db 1 pont
* sárga: 8+21+27+33+39+3x20= 209 db 1 pont
* kék: 5x4 – 4 +17+23+29+35+41+2x20 = 201 db 1 pont
* piros:sárga:kék= 190: 209 : 201 1 pont

**5 pont**

1. 125 egyforma kis kockából egy nagy kockát alakítunk ki. Legfeljebb hány kis kockát cserélhetünk ki belőle átlátszó üvegkockára úgy, hogy a maradék kockák elölnézetben és felülnézetben is egy nyomtatott nagy E betűt formáljon? Az E betű függőleges szárának, alsó és felső ágának, valamint a középső ágnak az aránya: 5:3:2.

* a nagy kocka élhosszúsága 5 cm 1 pont
* 10 db kis kockának kell maradnia 3 pont
* 125 – 10 = 115 kis kockát vehetünk el 1 pont

**5 pont**

1. 1cm, 2 cm és 3 cm élhosszúságú kockáink vannak. A lehető legkevesebb számú kocka felhasználásával ezekből egy 7 cm élhosszúságú kockát állítunk össze úgy, hogy mindegyik fajta kockából használunk fel, és összeragasztjuk a darabokat. Mekkora a kockák érintkező felületei nagyságának összege?

* 4db 3 cm-es, 21 db 2 cm-es és 67 db 1 cm-es kocka szükséges 3 pont
* 3 cm-es kockák összfelszíne:4x3x3x6 = 216 cm2 1 pont
* 2cm-es kockák összfelszíne: 21x2x2x6 = 504 cm2 1 pont
* 1 cm-es kockák összfelszíne: 67x1x1x6 = 402 cm2 1 pont
* a 7 cm-es kocka felszíne 7x7x6 = 294 cm2 1 pont
* érintkező felület: (216+504+402 – 294) :2 = 414 cm2 1 pont

**8 pont**

1. Egyforma kockákból négyzet alapú hasábot építünk, amely éleinek összege háromszorosa a kocka éleinek összegének. Egyik ilyen kockán egy csiga, a hasábon pedig egy pók vándorol. Mindketten egy adott csúcsról indulnak és az éleken haladnak végig úgy, hogy minden csúcsot érinteniük kell, és minden élen át kell haladniuk legalább egyszer. Egy élen többször is végig mehetnek, de folyamatosan előre kell haladniuk, vissza nem fordulhatnak. Egyszerre indulnak, és az győz, amelyik előbb ér végig az összes élen és csúcson. A csiga 2,5 cm-t, a pók 6 cm-t tesz meg másodpercenként. Melyikük lesz a győztes?

* ha „x” a kocka éle, a hasáb éleinek összege 36 x 1 pont
* a hasáb 7x magasságú 1 pont
* a csiga 15x hosszú utat tesz meg 1 pont
* a pók 39x hosszú utat tesz meg 1 pont
* a csiga menetideje 6x perc 1 pont
* a pók 6,5x perc alatt járja be a hasáb éleit 1 pont
* tehát a csiga a győztes 1 pont

**7 pont**

**Összpontszám: 37 pont**